für die Quadratseiten, Durchmesser und Umfänge der halben Töne:

$$c : c\sqrt[48]{8} : c\sqrt[48]{8}^2 : c\sqrt[48]{8}^3 \ldots : c\sqrt[48]{8}^{12} = \qquad (2)$$

$$\underset{c}{c} : \underset{h}{c\sqrt[48]{8}} : \underset{b}{c\sqrt[24]{8}} : \underset{a}{c\sqrt[16]{8}} : \underset{gis}{c\sqrt[12]{8}} : \underset{g}{c\sqrt[48]{8}^5} : \underset{fis}{c\sqrt[8]{8}} : \underset{f}{c\sqrt[48]{8}^7} : \underset{e}{c\sqrt[6]{8}} : \underset{dis}{c\sqrt[16]{8}^3}$$

$$: \underset{d}{c\sqrt[24]{8}^5} : \underset{cis}{c\sqrt[12]{8}} : \underset{C}{c\sqrt[4]{8}}.$$

Soll z. B. nach dieser Reihe der Durchmesser des e^0 und g^0 berechnet werden, wenn der Durchmesser des $c^1 = 53$ mm gegeben ist, so erhält man den Durchmesser des

$$e^0 = 53\sqrt[6]{8} = \log 53 + \frac{\log 8}{6} = 74{,}7 \text{ mm}$$

und des

$$g^0 = 53\sqrt[48]{8}^5 = \log 53 + \frac{5 \log 8}{48} = 65{,}5 \text{ mm}.$$

Die oben gegebenen geometrischen Reihen dienen vorzüglich dazu, einzelne Töne irgend einer Mensur nach dem Verhältnisse $1 : \sqrt{8}$ auszurechnen. Soll eine Mensur ganz durchgerechnet werden, so kann es auf eine leichtere Art nach folgender Methode geschehen:

Der Exponent des Verhältnisses, nach welchem die Quadratseiten, Durchmesser und Umfänge der Unteroktaven zunehmen, ist $\sqrt[4]{8}$; hiervon ist der Logarithmus $= \frac{0{,}90309}{4} = 0{,}22577$. Sollen z. B. nur die Durchmesser der Unteroktaven berechnet werden, so hat man von dem angenommenen oder festgesetzten Durchmesser zuerst den Logarithmus zu suchen. Zu diesem addiert man den $\log \sqrt{8} = 0{,}22577$ soviel mal als man Unteroktaven zu haben wünscht, und zieht denselben soviel mal von dem Logarithmus des bestimmten Durchmessers ab, als man Oberoktaven sucht. Hierdurch erhält man die Logarithmen aller Oktaven des angenommenen Tones, und die den Logarithmen zugehörigen Zahlen geben die Grössen der gesuchten Durchmesser für dieselben an. Ein Exempel wird die Sache vollends deutlich machen.

Es sei der bestimmte Durchmesser des c^1 wie oben $= 53$ mm, so ist der

dem log des Durchmessers zu c^1,	$\log 53 = 1{,}72428 =$
	hierzu addiert 0,22577
dem log des Durchmessers zu c^0,	gibt $1{,}95005 =$
	ferner addiert 0,22577
dem log des Durchmessers zu C^0 u. s. w.	gibt $2{,}17582 =$

Um die Logarithmen der Durchmesser zu den höheren c zu erhalten, wird 0,22577 von 1,72428 abgezogen, z. B.:

	subtrahiert 0,22577
dem log des Durchmessers zu c^2,	gibt $1{,}49851 =$
	ferner subtrahiert 0,22577
dem log des Durchmessers zu c^3 u. s. w.	gibt $1{,}27274 =$

Dass diese Rechnungsart aus den beiden in Abs. 76 (3) und (5) gegebenen Reihen hervorgeht, ist jedem Mathematiker sogleich deutlich.

Betrachten wir nun die Reihe, welche oben zur Ausrechnung der zwischen zwei c befindlichen Töne gegeben worden ist, so leuchtet sogleich ein, dass dieselben vermittelst der Logarithmen auf eine ähnliche Weise wie die Oktaven leicht und schnell gefunden werden können. Man hat nämlich nur den Logarithmus der 48 Wurzel von 8 zu suchen und diesen 12 mal zu dem Logarithmus desjenigen c zu addieren oder davon zu subtrahieren, von welchem an die 12 halben Töne absteigend oder aufsteigend gefunden werden sollen. Nun ist aber $\log \sqrt[48]{8} = 0{,}01881$; addiert man diesen 12 mal, z. B. zu dem Logarithmus des Durchmessers c^2, welcher 0,49851 ist, so erhält man die Logarithmen der halben Töne zwischen c^2 und c^1; subtrahiert man aber 0,01881 12 mal von 1,49851, so erhält man die Logarithmen der halben Töne zwischen c^2 und c^3. Hier ist der Anfang eines solchen Exempels:

log des Durchmessers zu c^2	$= 1{,}49851$	$= 31{,}5$
	addiert 0,01881	ergibt den
log des Durchmessers zu h^1	$= 1{,}51732$	$= 32{,}9$,
	addiert 0,01881	ergibt den
log des Durchmessers zu b^1	$= 1{,}53613$	$= 34{,}3$.
	addiert 0,01881	ergibt den
log des Durchmessers zu a^1	$= 1{,}55494$	$= 35{,}9$.

und so fort bis c^1.

79. Die Mensur A für das Verhältnis $1 : \sqrt{8}$. Ich gebe in der folgenden Tabelle, um die Anwendung des bisher Vorgetragenen zu erleichtern, eine von C^2 bis c^6 ganz durchgerechnete Normalmensur, in welcher der Durchmesser des $c^1 = 53$ mm bestimmt worden ist.

Die hölzernen Pfeifen können entweder quadratförmig gemacht werden, oder es können auch ihre Querschnitte ein längliches Rechteck bilden, in welchem Falle sie den Durchmesser zur Tiefe und $\frac{1}{4}$ des Umfanges zur Breite erhalten. Diese letzte Form gewährt den Vorteil, dass die für zinnerne Pfeifen bestimmte Höhe des Aufschnittes unter übrigens gleichen Umständen auch für hölzerne gilt. Dasselbe gilt auch von den Abständen der Kerne von den Vorschlägen.