

5.1 Schaltwerke als Automaten

Es gibt – besonders in der Theoretischen Informatik – eine ganze Reihe reizvoller Automatenmodelle. Den heute überwiegend anzutreffenden digitalen Automaten, insbesondere den vielen Mikrorechnern, werden jedoch die nach Moore und Mealy benannten Automatenmodelle am ehesten gerecht. Diese Modelle sind damit gleichsam die Brücke zwischen Technischer und Theoretischer Informatik.

Sie werden zu Recht vielleicht darüber staunen, wie einfach das Grundmodell ist, das auf alle Schaltwerke zutrifft. Wie bei den Booleschen Funktionen entsteht Kompliziertheit erst durch hohe Anzahlen von Variablen und Querverknüpfungen zwischen ihnen.

LEHRZIELE DIESES ABSCHNITTS

Sie können hier lernen, welche abstrakten Automatenmodelle für digitaltechnische Schaltwerke geeignet sind. Entscheidend ist immer das Rückkopplungsprinzip in Verbindung mit einem Speicher für den Momentanzustand.

5.1.1 Abstrakte Automaten

Wir wollen hier die folgenden Bezeichnungen benutzen:

\underline{X} Vektor der Booleschen Eingangsvariablen zum Takt n , oft zur Zeit nT nach dem Einschalten, wenn T der Abstand zwischen benachbarten Taktzeiten ist (sog. Taktperiode).

$\underline{Z}, \underline{Z}^+$ Vektor der Booleschen Zustandsvariablen zum Takt n bzw. $n + 1$.

\underline{Y} Vektor der Booleschen Ausgangsvariablen zum Takt n .

$\underline{E}_{\dot{U}}$ Zustands-Übergangs- oder -Überföhrungs-Funktion; ein Boolesches Funktionsbündel (Schaltnetz).

\underline{E}_A Ausgabe- oder Ausgangs-Funktion; ein Boolesches Funktionsbündel (Schaltnetz).

Ausserdem benutzen wir das (z.B. in Bild 5.1) gezeichnete Bildzeichen für ein Signalverzögerungs-Element (sog. Totzeitglied; vgl. Bild 3.35b). Man nennt dieses Verzögerungselement auch den Automaten-Speicher. Technisch wird dieses Schaltelement i.allg. als Flipflop (mit geeigneter Taktung) realisiert. Das Bildzeichen ist nach Art eines Impulsiagramms gemeint. Gezeichnet ist die Reaktion auf einen Wertewechsel von 0 auf 1 bei $t = 0$.

In der Digitaltechnik genügt es, zwischen nur drei Automatentypen, d.h. Schaltwerkstypen, zu unterscheiden, nämlich dem Moore-Automaten nach Bild 5.1, dem Mealy-Automaten nach Bild 5.2 und dem vorauslaufenden Moore-Automaten nach Bild 5.3. Der Moore-Automat ist offenbar ein Sonderfall des Mealy-Automaten. (Das Argument von \underline{E}_A ist ohne \underline{X} .)

Zu Moore- und Mealy-Automat nun je ein ganz einfaches Beispiel; weitere fol-

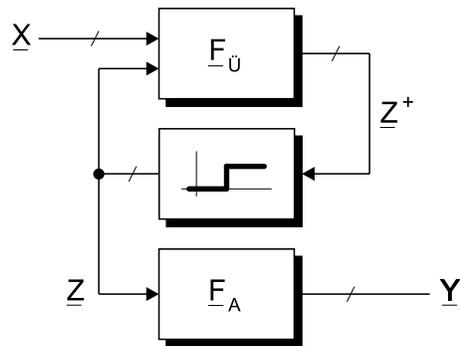


Abbildung 5.1: Moore-Automat (nach E. Moore, Bell-Laboratorien, 1956).

gen in späteren Abschnitten. Das Verzögerungselement wird idealerweise mit D-Flipflops realisiert. Bei Wahl anderer Flipflop-Typen wie z.B. JK-Flipflops ist der Folgezustand Z^+ aufwendiger zu bestimmen.

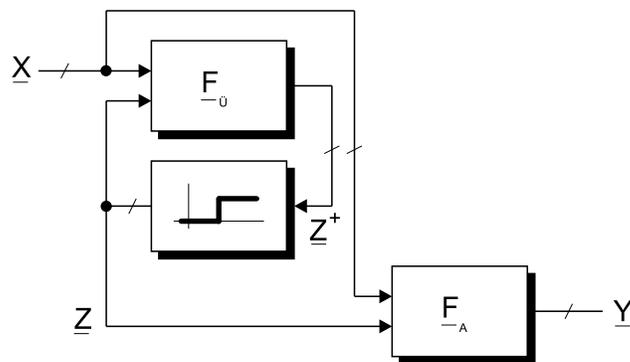


Abbildung 5.2: Mealy-Automat – das typische Schaltwerk, das Sie aus KE 4 kennen (nach G. Mealy, Bell-Laboratorien, 1955).

Beispiel 5.1: Ein Moore-Automat

Bild 5.4 zeigt einen Moore-Automaten mit zweidimensionalem Zustandsraum. Die gerasterten Rechtecke entsprechen den Kästchen von Bild 5.1. $F_{\vec{v}}$ ist ein zweikomponentiger Vektor von 4 Variablen. F_A ist ein zweikomponentiger Vektor von 2 Variablen.

Selbsttest-Aufgabe 5.1

Notieren Sie im einzelnen die Gln. des Moore-Automaten von Bild 5.4!

Beispiel 5.2: Ein Mealy-Automat

Bild 5.5 zeigt einen Mealy-Automaten mit zweidimensionalem Zustandsraum. Die gerasterten Rechtecke entsprechen den Kästchen von Bild 5.2. (Lassen Sie sich nicht dadurch irritieren, dass 2 der 4 Eingangsgrößen des $F_{\vec{v}}$ -Kästchens nicht von

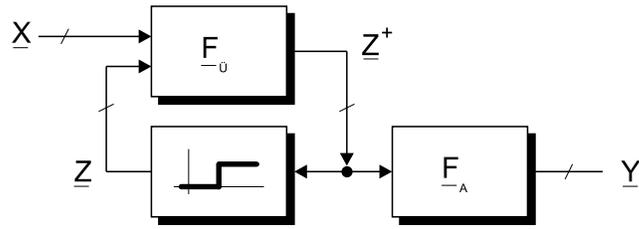


Abbildung 5.3: Vorauslaufender Moore-Automat. Dieser Automat wird häufig (statt des Automaten von Bild 5.1) als Moore-Automat bezeichnet, und der von Bild 5.1 als Speicher-Automat. [2],[3].

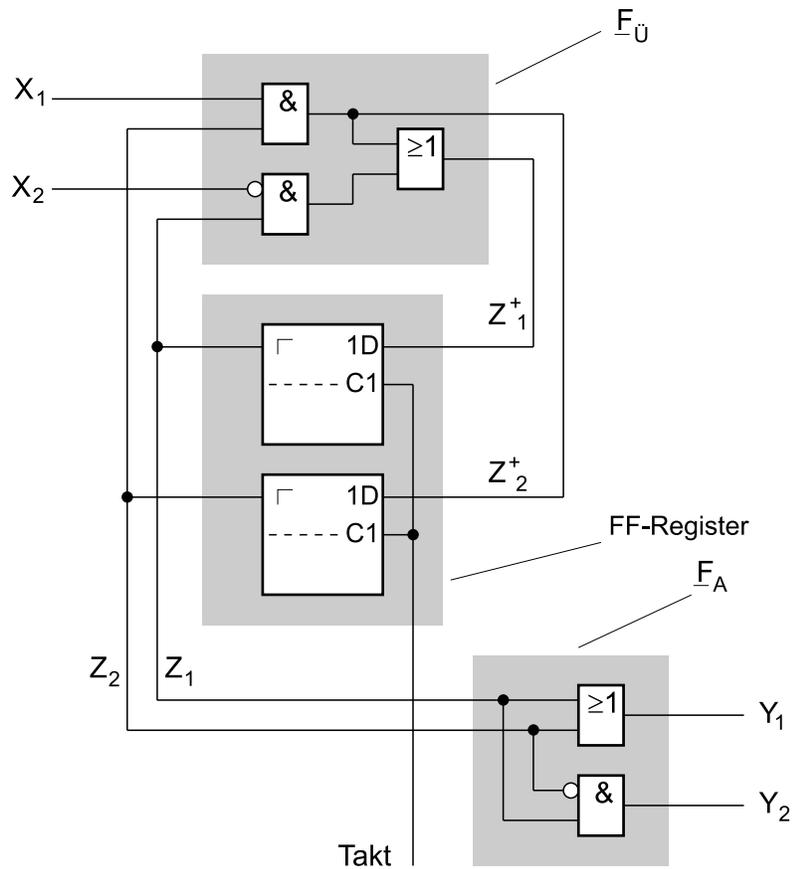


Abbildung 5.4: Ein (einfacher) Moore-Automat.

links, sondern von unten angeschlossen sind und dass analog 2 der 4 Eingänge des \underline{F}_A -Kästchens nicht von links, sondern von oben angeschlossen sind!)

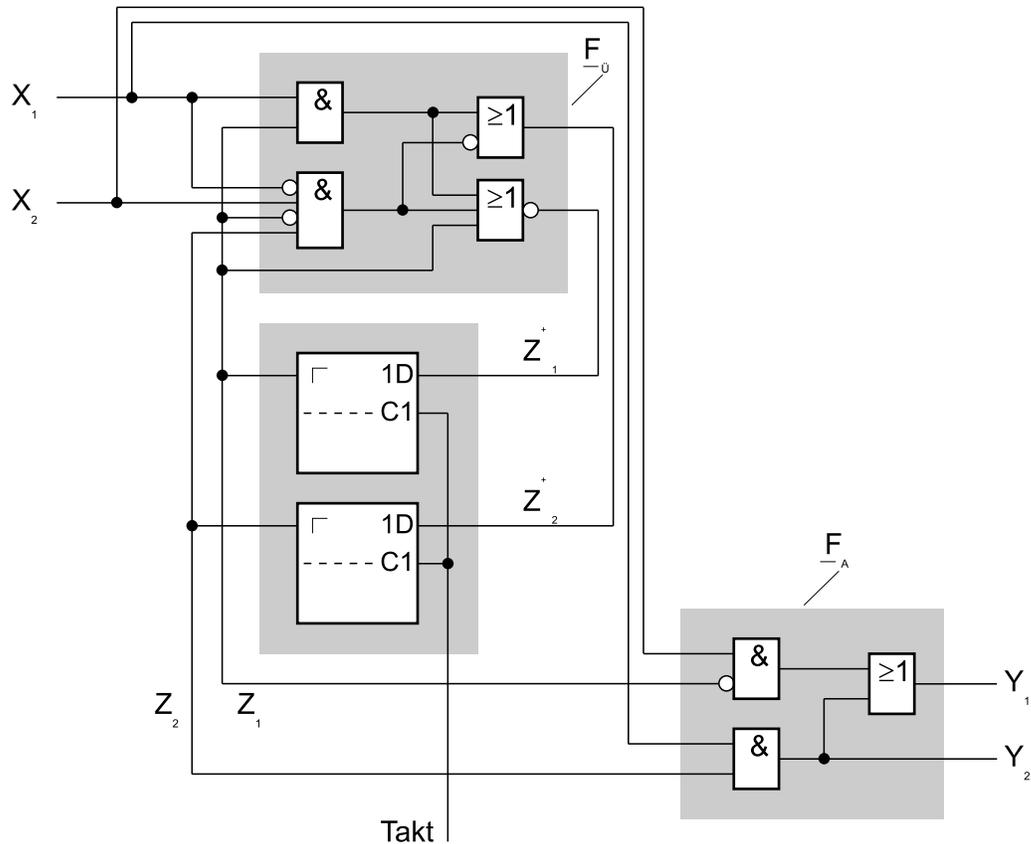


Abbildung 5.5: Mealy-Automat.

Zur Umwandlung von Mealy- in vorauslaufenden Moore-Automaten und umgekehrt

Der Zusammenhang zwischen Mealy-Automat und vorauslaufendem Moore-Automat ist nicht ganz trivial und wird nun ausführlich diskutiert. Wenn die Zustände beider Automaten (und die Eingänge) und damit auch die Übergangsfunktionen gleich sein sollen, bedeutet die Gleichheit der Ausgaben

$$\underline{F}_{A,Mealy}(\underline{X}, \underline{Z}) = \underline{F}_{A,vor.Moore}[\underline{F}_{\ddot{U}}(\underline{X}, \underline{Z})].$$

$\underline{F}_{A,Mealy}$ ist also die Kaskadierung, d.h. die Hintereinanderschaltung, von $\underline{F}_{\ddot{U}}$ und von $\underline{F}_{A,vor.Moore}$; vgl. Bild 5.6.

Bild 5.6 zeigt den vollständigen als Mealy-Automaten modellierten vorauslaufenden Moore-Automaten. Das Schaltnetz für $\underline{F}_{\ddot{U}}$ taucht zweimal auf.

Bei der umgekehrten Modellierung muss man aus einem gegebenen $\underline{F}_{A,Mealy}$ -Schaltnetz einen Teil „entfernen“, der $\underline{F}_{\ddot{U}}$ realisiert. Formal geht das durch ein

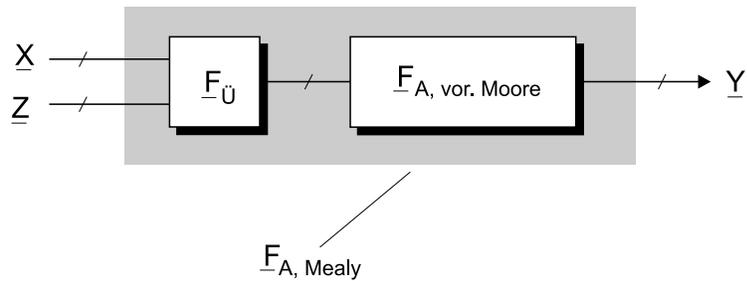


Abbildung 5.6: Zur Modellierung des vorauslaufenden Moore-Automaten als Mealy-Automat.

Inversionsschaltnetz, das $F_{\ddot{U}}^{-1}$ realisiert; vgl. Bild 5.8. Den kompletten Automaten zeigt Bild 5.9. Das Problem ist offenbar, in welchen Fällen es zu einem gegebenen Schaltnetz (für $F_{\ddot{U}}$) eines gibt (für $F_{\ddot{U}}^{-1}$), das aus dem Ausgangsvektor wieder das Eingangsvektorpaar herstellt.

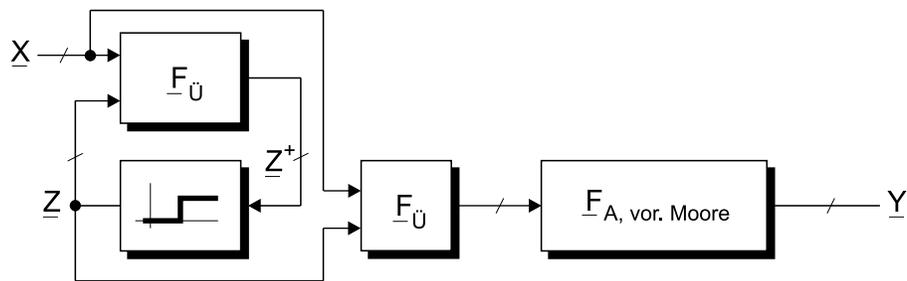


Abbildung 5.7: Vorauslaufender Moore-Automat als Mealy-Automat.

Selbsttest-Aufgabe 5.2

Prüfen Sie, ob es zum Schaltnetz gemäss

$$F_{\ddot{U}_1} = XZ_1Z_2, \quad F_{\ddot{U}_2} = Z_1 \vee Z_2$$

eine Umkehrung gibt! Hier sind also $\underline{X} = X, \underline{Z} = (Z_1, Z_2)$, und $F_{\ddot{U}}$ hat die beiden Komponenten $F_{\ddot{U}_1}$ und $F_{\ddot{U}_2}$.

Die Lösung von Selbsttest-Aufg. 5.2 legt nahe, dass es nicht immer möglich ist, den Mealy-Automaten als vorauslaufenden Moore-Automaten zu modellieren. Das hat jedoch keine nennenswerten negativen Konsequenzen für die Praxis des Schaltwerksentwurfs.

Es ist typisch für die Allgemeingültigkeit der obigen drei Automaten-Varianten, dass die Funktionen (der Schaltnetze) und die Dauer der Signalverzögerung in dem Totzeitglied, d.h. der zeitliche Abstand zwischen konsekutiven Automatenzuständen frei wählbar sind. Bei den sog. synchronen, von einem einzigen Taktsi-

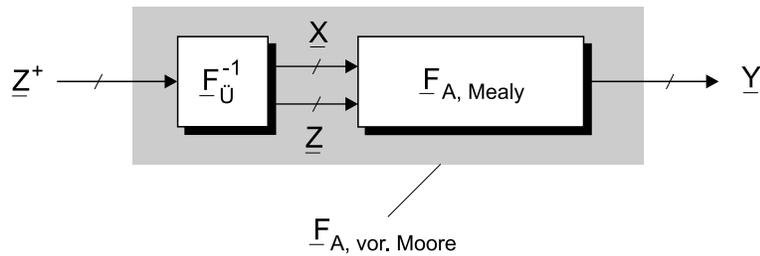


Abbildung 5.8: Zur Modellierung des Mealy-Automaten als vorauslaufenden Moore-Automaten.

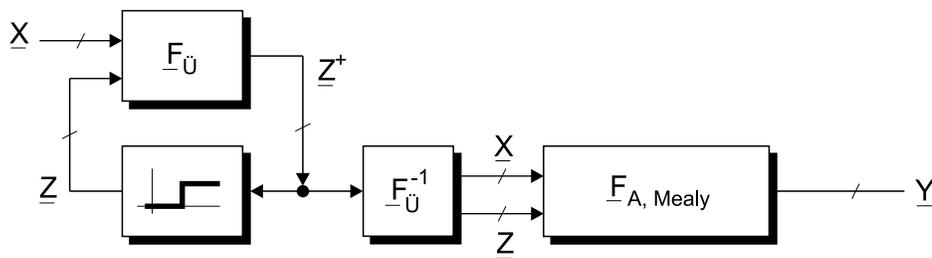


Abbildung 5.9: Mealy-Automat als vorauslaufender Moore-Automat.

gnal getakteten Automaten ist die Verzögerung der Abstand zwischen konsekutiven Taktimpulsen, der übrigens nicht stets gleich sein muss.¹ Der hardwarenahe Begriff des Flipflop-Registers ist dabei nicht zu eng zu interpretieren. Es kann sich dabei auch um getrennt angeordnete Einzel-Flipflops handeln. Nur vom abstrakten Modell her ist es sinnvoll, alle diese FFs, deren Inhalt gemeinsam einen bestimmten Momentanzustand des Schaltwerks definiert, zu einem „Register“ zusammenzufassen.

Die abgebildeten Automaten sind also wie folgt charakterisierbar:

- Es kommt Information als Vektor \underline{X} an, und es geht Information als Vektor \underline{Y} ab.
- Ein Register speichert den inneren Zustand \underline{Z} für eine Taktzeit.
- Es besteht eine Rückkoppelschleife, welche das Zustandsregister enthält und in die \underline{X} einwirkt und aus der nach einer Codierung \underline{Y} herauskommt. (Wir wollen hier jede durch ein Funktions-Bündel erzeugte Abbildung eines Eingangsvektors auf einen Ausgangsvektor, die aus Binärwörtern andere Binärwörter erzeugt, eine Codierung nennen.)
- Nur durch die Art, wie \underline{Y} aus der Rückkoppelschleife gewonnen wird, unterscheiden sich die 3 hier vorgestellten Automaten.

¹Das Zeitverhalten von Schaltwerken werden wir in der nächsten Kurseinheit ausführlicher behandeln.